গণিত ভাবনা ও সাইকোম্যাট্রিক্স

গণিত ভাবনা
ও
সাইকোম্যাট্রিক্স

–প্রকৌশলী এমডি. আমিনুল ইসলাম রানা
–সজীব চন্দ্র তালুকদার

অনিন্দ্য প্রকাশ

প্রথম প্রকাশ
মাঘ ১৪২৭ ফেব্রুয়ারি ২০২১
প্রকাশক
মোঃ আফজাল হোসেন
অনিন্দ্য প্রকাশ
৩৮/৪, পি. কে. রায় রোড, বাংলাবাজার, মান্নান মার্কেট (৩য় তলা), ঢাকা-১১০০
ফোন : ৪৭১১৭৯৬৪, ০১৯৭১৬৬৪৯৭০, ০১৭১১৬৬৪৯৭০
বর্ণবিন্যাস
আদিত্য কম্পিউটার
১৪২, হৃষিকেশ দাস রোড, সূত্রাপুর, ঢাকা-১১০০
মোবাইল : ০১৯৭১৬৬৪৯৭০
বানান সমন্বয়ক : রফিক জীবন
মোবাইল : ০১৯১২১৯৮০২৩
গ্রন্থস্বত্ব : লেখক
প্রচ্ছদ : বাইজিদ আহমেদ
মুদ্রণ
অনিন্দ্য প্রিন্টিং প্রেস
৩০/১ক, হেমেন্দ্র দাস রোড, ঢাকা-১১০০
ফোন : ৯৫৯০৬১৬, ৯৫৭৩৭৬৯, ০১৭১১৬৬৪৯৭০

মূল্য : ২০০.০০ টাকা

Gonit Bhabna & Psychometrics by Engineer Md. Aminul Islam Rana & Sajib Chandra Talukder
Published by Md. Afzal Hossain
Anindya Prokash
38/4, P. K. Roy Road, Banglabazar
Mannan Market (2nd Floor), Dhaka-1100
Phone : 47117964, 01971664970, 01711664970
e-mail : anindya.prokash@yahoo.com
First Published : February 2021
Price : 200.00
US $ 10
ISBN 978 984 95422 5 4

ঘরে বসে অনিন্দ্য প্রকাশ-এর বই কিনতে ভিজিট করুন
http://rokomari.com/anindyaprokash ফোনে অর্ডার করতে ১৬২৯৭
https://othoba.com ফোনে অর্ডার করতে ০৯৬১৩৮০০৮০০
http://boibazar.com/anindyaprokash ফোনে অর্ডার করতে ০৯৬১১২৬২০২০
http://bdshopay.com/anindyaprokash ফোনে অর্ডার করতে ০১৬২২৭৭৮৮৭৭
http://porua.com.bd/anindyaprokash ফোনে অর্ডার করতে ০১৮৫৭৭৭৭৪৮৪

http://journeybybook.com/anindyaprokash ফোনে অর্ডার করতে
০১৬৭৪৫৩৬৫৪৪

উৎসর্গ

আমাদের হাইস্কুল এবং কলেজ জীবনের গণিত শিক্ষকবৃন্দকে
যারা মূলত যৌক্তিক স্নায়বিক ভিত্তিকে মজবুত করেছিলেন;
সুযোগ চন্দ্র তালুকদার (মৃত)
মোঃ গোলাম মোস্ড়ফা (মৃত)
নুর“ল আমীন ভূঞা
মোঃ মিসবাহ উদ্দিন (মৃত)
মোঃ র“কন উদ্দীন খান
মোঃ জাহাঙ্গীর ভূঞা
মোঃ আব্দুল আউয়াল

ভূমিকা

অনেক বছর পেরিয়ে গেল আমাদের দেশে শিক্ষাব্যবস্থায় সৃজনশীল পদ্ধতি চালু হয়েছে। কিন্তু আমরা কতটুকু তা অনুধাবন করতে পেরেছি? শিক্ষার্থীরা পাঠ্যপুস্তকের গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারলেও এর মৌলিক বিষয় না জানা থাকলে পাঠ্যপুস্তকের বাইরে অধিকাংশ সমস্যার সমাধান করা সম্ভব হয় না। যা পরবর্তীতে কর্মক্ষেত্রে কোনো কাজে আসে না। জ্যামিতিতে বৃত্তের ক্ষেত্রফল এবং পরিধি বের করার জন্য পাই-এর মান এর ব্যবহার করা হয়, পাই-এর মান ব্যবহার করে আমরা অনেক জটিল জটিল গণিত সমাধান করে যাচ্ছি কিন্তু অধিকাংশ গণিতের শিক্ষার্থীরাই পাই কী জিনিস জানে না। এটা খুবই দুঃখজনক। "পাই কী" প্রশ্নের বিপরীতে আমি যে ধরনের উত্তর পেয়েছি তা হলো "পাই হলো ৩.১৪১৬", "পাই হলো বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র" ইত্যাদি ইত্যাদি... কিন্তু অধিকাংশই বলতে পারে না যে পাই হলো বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত যা সকল বৃত্তের জন্য একই থাকে ।

তারপর আমি সবচেয়ে সহজ একটি গণিতের প্রশ্নে বেশি অবাক হই যখন তাদের কাছে জানতে চাই প্লাস এবং প্লাসের গুণফল হয় প্লাস, মাইনাস এবং মাইনাসের গুণফলও কেন প্লাস হয়? (আপাতদৃষ্টিতে মনে হয় মাইনাস হওয়ার কথা)। তখনো তারা বলে এটা সূত্র। কিন্তু এই চিহ্নগুলো বীজগণিতের খুবই মৌলিক বিষয়, যেগুলো সম্পর্কে ভেতর থেকে জানা অত্যাবশ্যক বলে আমি মনে করি।

এই অনুভূতি থেকেই আমার এই বইটি লেখা যেখানে এরকম অনেক মৌলিক বিষয় নিয়ে সহজ সাবলীল ভাষায় আলোচনা করেছি। আর বুঝে পড়াশোনার মধ্যে সবচেয়ে সুবিধাজনক বিষয়টি যা আমি অনুভব করেছি তা হলো এতে ছাত্রদের কাছে পড়াশোনাটা বোঝা মনে হবে না। তাদের মধ্যে গণিত নিয়ে আগ্রহের সৃষ্টি হবে। কোনো কিছুতে আগ্রহ জন্ম না নিলে শত শৃঙ্খলা অনুসরণ করলেও তাতে বেশিদূর যাওয়া যায় না। আর মুখস্থ করা ভাষা শিক্ষার ক্ষেত্রে কাজে আসে কিন্তু বিজ্ঞান এবং গণিত শিক্ষার ক্ষেত্রে মুখস্থ করা আর নকল করা প্রায় একই বিষয়। প্রায় আড়াই হাজার বছর আগের গণিতবিদ পিথাগোরাস, ইউক্লিডদের মতো করে আজ একুশ শতকেও তাদের মতো সৃজনশীলতায় ফিরে যেতে চাই।

প্রকৌশলী এমডি. আমিনুল ইসলাম রানা
সজীব চন্দ্র তালুকদার

সূচিপত্র

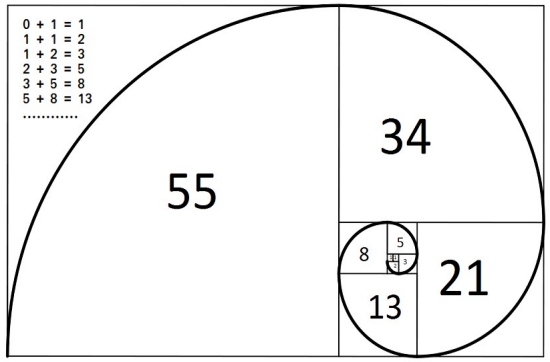
সজীব চন্দ্র তালুকদার

ফিবোনাচ্চি ধারা ১১
বিন্দু, রেখা, তল ১৩
পাই (π) ১৫
ত্রিভুজের সর্বসমতা ১৭
পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিশেষত্ব ১৮
নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রের গাণিতিক রূপ ১৯
পিথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্য ২২
ফ্যাক্টরিয়েল জিরো : $0!$ ২৩
বহুভুজের ক্ষেত্রফল ২৪
ধনাত্মক ঋণাত্মক চিহ্নের গুণ ২৬
দ্বিঘাত ক্রম ২৭
বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি ২৯
ত্রিকোণমিতি ৩২
একইসাথে ত্রিকোণমিতির ছয়টি ফাংশন ৩৪
ক্ষেত্রফল ৩৬
সমতলীয় ভেক্টর ৩৯
ইন্টিগ্রেশন কেন ক্ষেত্রফল প্রকাশ করে ৪১
কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল ৪৩
ত্রিঘাত সমীকরণের সমাধান ৪৫
অয়লারস নাম্বার e ৪৭
e টু দা পাওয়ার x ৫০
সার্কুলার লজিক ৫২
মূল নিয়মে অন্তরীকরণ ৫৪
ক্যালকুলাসে রেডিয়ান ৫৬

প্রকৌশলী এমডি. আমিনুল ইসলাম রানা

ফিবোনাচ্চি ধারা

০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪... অষ্টম শ্রেণির প্যাটার্ন অধ্যায়ে আমরা এই ধারা সম্পর্কে জেনেছি।



প্রথমেই বলছি, অনেক বইয়ে এর বাংলা উচ্চারণ হিসেবে লেখা হয়েছে ফিবোনাক্কি যা সঠিক নয়। তারপর আমরা যা জেনেছি তা হলো এই ধারার প্যাটার্ন, যা শুর“ হয় ০ এবং ১ দিয়ে তারপর এদের যোগফল আবারও ১ তারপর শেষ দুইটার যোগফল ১ + ১ = ২ এভাবে শেষ দুইটির যোগ করে করে পরের পদ হিসাবে চলতে থাকবে অসীম পর্যন্ড়। এর বেশি একাদশ শ্রেণি পর্যন্ড় আর কিছু জানতে পারি নাই। কিন্তু এর কিছু মজার বৈশিষ্ট্য আছে যা এখন আমি আপনাদের কাছে তুলে ধরার চেষ্টা করছি।

১। ধারাটির প্রত্যেকটি পদকে আমরা বর্গ করে নিচে লিখলাম : ০, ১, ১, ৪, ৯, ২৫, ৬৪, ১৬৯,... এখন নতুন এই ধারার পাশাপশি যে-কোনো দুই পদের যোগফল ফিবোনাচ্চি ধারার বাইরে কোনো সংখ্যা হবে না। যেমন— ০ + ১ = ১, ১ + ১ = ২, ১ + ৪ = ৫, ৪ + ৯ = ১৩, ৯ + ২৫ = ৩৪ অবশিষ্ট যোগগুলো আপনারা কর“ন।

২। ফিবোনাচ্চি ধারার প্রথম চারটি পদ বাদ দিয়ে যে-কোনো সংখ্যাকে তার আগের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফলের শুর“তে

১.৬ থাকবেই যাকে গোল্ডেন রেশিও বা সোনালি অনুপাত বলে। যেমন : ৫/৩ = ১.৬৬৬, ৮/৫ = ১.৬, ১৩/৮ = ১.৬২৫, ২১/১৩ = ১.৬১৫ এভাবে আপনি আরও অনেক দূরের কোনো সংখ্যাকে তার আগের কোনো সংখ্যা দিয়ে ভাগ দিয়ে দেখেন একই রেজাল্ট পাবেন।

৩। বর্গ করে যে নতুন ধারাটি পাওয়া গিয়েছিল তার প্রথম থেকে যে-কোনো পদ পর্যন্ড় সবগুলোর যোগফল ফিবোনাচ্চি ধারার পাশাপাশি দুইটি পদের গুণফল। যেমন :

০ + ১ = ১ = ১ × ১

০ + ১ + ১ = ২ = ১ × ২

০ + ১ + ১ + ৪ = ৬ = ২ × ৩

০ + ১ + ১ + ৪ + ৯ = ১৫ = ৩ × ৫

০ + ১ + ১ + ৪ + ৯ + ২৫ = ৪০ = ৫ × ৮

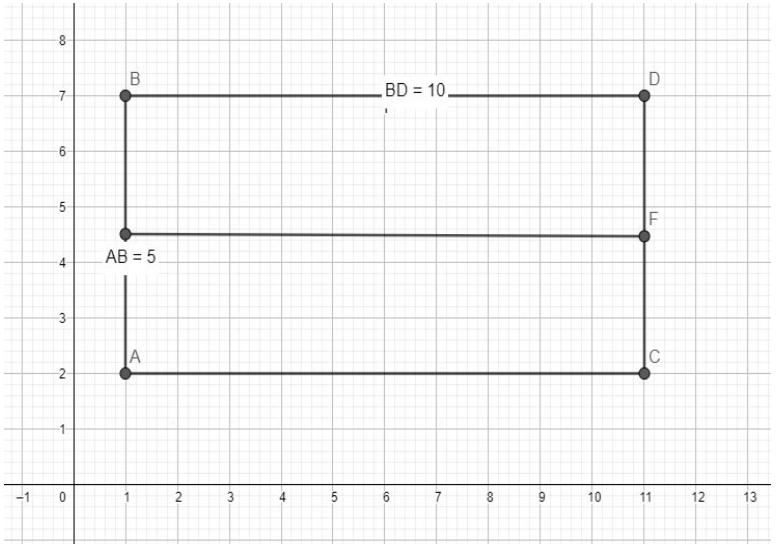
৪। ফিবোনাচ্চি ধারার যে-কোনো সংখ্যার বর্গ তার আগের এবং পরের সংখ্যার গুণফলের চেয়ে এক কম (শুধু প্রথমটা হবে না)। যেমন ৩, ৫, ৮ অংশে ৫ এর বর্গ ২৫ এবং ৩ × ৮ হবে ২৪ যা ১ কম। আবার ১৩ এর বর্গ ১৬৯ এবং এর আগেপরে দুইটি সংখ্যার গুণফল ৮ × ২১ = ১৬৮ যা বর্গের চেয়ে এক কম।

আমি ধারাটির সংক্ষিপ্ত আলোচনা করলাম কিন্তু ফিবোনাচ্চির আলোচনা এর চেয়ে অনেক বিস্ড়র। এর অনেক জ্যামিতিক আলোচনা আছে যা বাস্ড়ব জীবনে এবং প্রকৃতিতে ব্যাপক অবদান রেখেছে।

বিন্দু, রেখা, তল,

সংজ্ঞা অনুযায়ী বিন্দুর কোনো দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা নেই তারপরও আমরা বিন্দু আঁকি এবং তা চোখে দেখি। অনেকের মনেই প্রশ্ন কিছুই না থাকলে বিন্দুকে দেখা যায় কীভাবে? পরমাণুরও তো ব্যাস আছে আমরা তা রসায়ন বইয়ে দেখি। আবার রেখার দৈর্ঘ্য আছে কিন্তু প্রস্থ কিংবা উচ্চতা নাই, কিন্তু ভার্নিয়ার স্কেলে বা আরও কোনো সূক্ষ্ম পরিমাপক দ্বারা পরিমাপ করলে অবশ্যই রেখার প্রস্থ পাওয়া যাবে। তাহলে প্রস্থহীন রেখা অঙ্কন করার উপায় কী? কোনো উপায় নাই। শুধু কল্পনা করা যাবে। তাহলে আমরা খাতায় যে রেখাংশ অঙ্কন করে বিভিন্ন জ্যামিতিক উপপাদ্যের প্রমাণ করছি তা কীভাবে সম্পন্ন করছি? আসলে এগুলোতে কিছু পরিমাণ ত্রুটি থাকবে যদি দৃশ্যমান রেখাগুলোকে আসল রেখা মনে করি। আর ত্রুটি থাকবে না যদি মনে করি এই দৃশ্যমান রেখার মাঝ বরাবর প্রস্থহীন সেই কাল্পনিক রেখাটির অবস্থান। বিষয়টি একটি উদাহরণের সাহায্যে পরিষ্কার করার চেষ্টা করছি। মনে করি কোনো সমতলে একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কিত আছে যার দৈর্ঘ্য ১০ মিটার এবং প্রস্থ ৫ মিটার তাহলে ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গমিটার এখন মাঝ (দৈর্ঘ্য) বরাবর একটি রেখাংশ টেনে আয়তটিকে দুই ভাগে ভাগ করলে প্রতি ভাগে ২৫ বর্গমিটার করে মোট ৫০ বর্গমিটার হবে। কিন্তু বিভক্তকারী রেখাংশের যদি প্রস্থ থাকে তাহলে এর ক্ষেত্রফলও থাকবে, কারণ রেখার দৈর্ঘ্য আছে। ধরি এর খুব ক্ষুদ্র একটি প্রস্থ ০.০০০০০১ মিটার তাহলে রেখাটির ক্ষেত্রফল ০.০০০০০১ × ১০ = ০.০০০০১ বর্গমিটার। এই ক্ষেত্রফল তো এই আয়তক্ষেত্রের ভেতরেই অবস্থিত। তার মানে দুই ভাগ করার পর ২৫ বর্গমিটার করে পাওয়া যাবে না।

প্রত্যেক ভাগে ০.০০০০০৫ বর্গমিটার করে কম থাকবে। একইভাবে ঘনবস্তুকে বিভক্তকারী কোনো তলেরও কোনো উচ্চতা আছে ধরলে ত্রুটি থাকবে আর কাল্পনিক তল বিবেচনা করলে কোনো ত্রুটি থাকবে না।



পাই (π)

পাই নিয়ে অনেক আলোচনা এমনকি পাই দিবস। এত আলোচনার কারণটা কী? এটা তো বৃত্তের পরিধি এবং ব্যাসের অনুপাত মাত্র। কোনো কিছুর অনুপাত তো একটা সংখ্যা। আর পাইও একটা সংখ্যা। কিন্তু এই সংখ্যার সমস্যা বা বিশেষত্ব হলো এটা দশমিকের পরে অসীম ঘর পর্যন্ড় চলতেই থাকে মানে, একে সাধারণ ভগ্নাংশে বা সসীম দশমিকে প্রকাশ করা যায় না। আমি এটাকে সমস্যা হিসেবেই দেখি। কারণ সসীম দশমিক বা সাধারণ ভগ্নাংশ না হওয়াতে আমরা কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল বা পরিধি নির্ণয় করতে পারি না। অনেকে চমকে উঠবেন, আমরা তো এমন অনেক অঙ্ক করেছি যেখানে বৃত্তের পরিধি বা ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হয়েছে। আসলে অনেক বৃত্তের ক্ষেত্রফল আমরা বের করেছি কিন্তু ওগুলো পুরোপুরি সঠিক না, তবে খুব কাছাকাছি মান। πr^2-এ পাই-এর মান যত বেশি নেওয়া যাবে ক্ষেত্রফল তত সঠিকের দিকে যাবে। তবে সমাধান একটা আছে, আপনার যতটুকু সঠিকভাবে ক্ষেত্রফল বা পরিধি জানা দরকার ততটুকু আপনি জানতে পারবেন। যেমন আপনাকে বলা হলো, নির্দিষ্ট উচ্চতার ৩ বর্গমিটার ভূমির ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট সিলিন্ডার আকৃতির একটি পানির ট্যাংক বানানোর জন্য, সেখানে ১ বর্গসেন্টিমিটার ক্ষেত্রফল হেরফের/কমবেশি হলে এতে কোনো সমস্যা হয় বলে আমি মনে করি না। যদি তাতে সমস্যা থাকে তাহলে পাই-এর মান আরও বেশি দশমিক পর্যন্ড় নিলে ত্র"টিটা ১ বর্গমিলিমিটারে নামিয়ে আনা যাবে যদি তাতেও সমস্যা থাকে তাহলে ত্র"টি .০০০১ বর্গমিলিমিটারেরও কমে নামিয়ে আনা যাবে, এভাবে যত খুশি নিখুঁত করা যাবে। তাতেও যদি কর্তৃপক্ষের আপত্তি থাকে তাহলে তাকে জিজ্ঞাসা করতে পারেন যে আপানার ট্যাংকের ক্ষেত্রফল কত নিখুঁত হলে চলবে? এবং সেই

নিখুঁততায় তাকে নির্মাণ করে দিতে পারেন। কিন্তু তিনি যদি দাবি করেন এর পরিমাপে কোনো খুঁত থাকতে পারবে না, মানে শতভাগ নিখুঁত ৩ বর্গমিটার, তাহলে এটা সম্ভব না। এটাই পাই-এর সুবিধা এবং অসুবিধা। তবে বাস্ড়বে আমাদের এই অসুবিধার মধ্যে পড়তে হয় না কারণ গাণিতিকভাবে শতভাগ নিখুঁত কোনো কাজ বাস্ড়ব জীবনে তেমন দরকার হয় না। তাই গাণিতিক ভাষায় বলতে গেলে আমরা বৃত্তের পরিধি বা ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারি না, বা পরিধি এবং ক্ষেত্রফল জানা থাকলে ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে আমরা পারি না।